

יום ו ז איר התשסג, 9-5-2003.

בחן אמצע בקורס לוגיקה ותכנות לוגי. מורה : גיורא דולה. מתרגל : רענן שכטר.

משך המבחן שעתים. המבחן הוא ללא חומר עזר, למעט דפי הנוסחאות

המצורפים. המחברת משמשת לטייטה בלבד ולא תבדק. התשובות שתבדקנה הן

אלו שתתקבלנה על ידי הקפת האפשרות הנכונה בגוף השאלון. נסה לא לעכב

אותנו בשאלות שאיננו יכולים לענות אודותן, ולא להתלונן אחרי המבחן כי בגלל

איזושהי תשובה שקבלת מהמורה/מתרגל, הקפת אפשרות לא נכונה בשאלון.

המבחן כולל 5 שאלות חובה.

שאלות 1 ו- 2 דומות לשאלות 4-5 בקובץ "תרגום לצורה אמריקאית ...". בכל שאלה כזו יש 7 סעיפים בני 3 נקודות כ"א. סה"כ 21 נקודות לכל שאלה.

שאלות 3 ו-4 דומות לשאלה 2 בקבץ "תרגום ...". בכל שאלה כזו יש 8 סעיפים בני 2.5 נקודות כ"א. סה"כ 20 נקודות לכל שאלה.

שאלה 5 דומה לשאלה 1 בקבץ "תרגום ...". יש בה 10 סעיפים בני 2 נקודות כ"א סה"כ 20 נקודות.

במבחן אפשר לצבר 102 נקודות.

בהצלחה.

שאלה 1

הבט בטעון הבא, והוכח במחברתך את אי/תקפותו.

1. $\exists x(A(x) \rightarrow B(x))$.
2. $\forall x(B(x) \rightarrow C(x))$.
3. $\exists x(C(x) \rightarrow D(x))$.

מסקנה $\exists x(A(x) \rightarrow D(x))$.

ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.

א. הטעון תקף : נכון-לא נכון.

ב. קים מודל בן אבר אחד הסותר את הטעון. נכון-לא נכון.

ג. קים מודל בן שני אברים הסותר את הטעון. נכון-לא נכון.

ד. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\forall x(A(x))$ נכון-לא נכון.

ה. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\exists x(A(x))$ נכון-לא נכון.

ו. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\forall x(B(x))$ נכון-לא נכון.

ז. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\exists x(B(x))$ נכון-לא נכון.

תשובה לשאלה 1

נמשיך את הטעון:

4. $A(a) \rightarrow B(a)$, 1, EP(x/a).
5. $B(a) \rightarrow C(a)$, 2, US(x/a).
6. $(A(a) \rightarrow B(a)) \wedge (B(a) \rightarrow C(a))$, 4, 5,
7. $A(a) \rightarrow C(a)$, 6, transitivity
8. $C(b) \rightarrow D(b)$, 3, EP(x/b).

כיון שב-3 היה סימן קים חדש, נאלצנו לקרוא ל-x באות חדשה, ולפחות אינטואיטיבית לא רואים דרך להמשיך את הטעון כלפי המסקנה. נסה לכן לחפש מודל נגדי, אשר מקים את 1, 2, 3 אך לא את המסקנה.

כל מודל מכיל לפחות אבר אחד. אם היה במודל אבר אחד בדיוק, אז גם a וגם b היו שווים לאותו אבר, ולכן a (בניח) היה מקים גם את 1 וגם את 3 ואין מודל נגדי. לכן על המודל להכיל לפחות שני איברים a, b. בניח בה"כ כי a מקים את פסוק 1 ו-b את פסוק 3. כדי שזה יהיה מודל נגדי על a לקים את 1 ולא את 3, ועל b לקים את 3 ולא את 1.

בנוסף צריכה להתקיים את השלילה של המסקנה, כלומר $\forall x(A(x) \rightarrow D(x))$. לכן צריך להתקיים: $A=\{a,b\}, D=\emptyset$. כיון ש a מקים את 1 ו b לא, נובע כי $B=\{a\}$. כיון שתכונה 2 מתקמת $C=B$. מצב זה יבטיח כי b מקים את 3 אך a לא. זהו המודל היחיד המקיים את ההנחות, סותר את המסקנה ובעל שני איברים.

סכום המודל: $U=\{a,b\}=A, B=C=\{a\}, D=\emptyset$.

תשובות לסעיפים: א, ב לא נכון, ג נכון, ד נכון כי שלילת המסקנה מחיבת שכל האיברים יקימו את A ולא את D. אם ד נכון אז גם ה. ו לא נכון במודל ולכן לא נכון. ז נכון כי כלם מקימים את A, ולפי 1 יש מי שמקימים את הגרירה ל-B.

שאלה 2

הבט בטעון הבא, והוכח במחברתך את אי/תקפותו.

1. $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$.
2. $\exists x(B(x) \rightarrow C(x))$.
3. $\forall x(C(x) \rightarrow D(x))$.

מסקנה. $\exists x(A(x) \rightarrow D(x))$.

ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.

א. הטעון תקף : נכון-לא נכון.

ב. קים מודל בן אבר אחד הסותר את הטעון. נכון-לא נכון.

ג. קים מודל בן שני אברים הסותר את הטעון. נכון-לא נכון.

ד. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\forall x(A(x))$ נכון-לא נכון.

ה. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\exists x(A(x))$ נכון-לא נכון.

ו. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\forall x(B(x))$ נכון-לא נכון.

ז. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\exists x(B(x))$ נכון-לא נכון.

ונשובה לשאלה 2

נמשיך את הטעון:

4. $B(a) \rightarrow C(a)$, 2, EP(x/a).
5. $A(a) \rightarrow B(a)$, 1, US(x/a).
6. $C(a) \rightarrow D(a)$, 3, US(x/a).
7. $(A(a) \rightarrow B(a)) \wedge (B(a) \rightarrow C(a)) \wedge (C(a) \rightarrow D(a))$, 5, 4, 6.
8. $A(a) \rightarrow D(a)$, 7, transitivity.
9. $\exists x(A(x) \rightarrow D(x))$, 8, EG.

לכן התשובה ל-א היא נכון, ו-ל-ב, ג התשובה היא לא נכון. כיון שהמסקנה נובעת מ-1, 2, 3. הרי שהוספת שלילת המסקנה גוררת סתירה, ומתוך סתירה נובעת כל טענה שנרצה, ולכן התשובה ל-ד, ה, ו, ז היא=נכון.

שאלה 3

הבט בטעון הבא, והוכח במחברתך את אי/תקפותו.

1. $\exists x(P(x))$.
2. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$.
3. $\exists x((P(x) \oplus Q(x)) \rightarrow R(x))$.

מסקנה. $\exists x(P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x))$.

ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.

א. הטעון תקף : נכון-לא נכון.

ב. קיים מודל בן אבר אחד הסותר את הטעון. נכון-לא נכון.

ג. קיים מודל בן שני אברים הסותר את הטעון. נכון-לא נכון.

ד. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\forall x(P(x))$ נכון-לא נכון.

ה. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\exists x(R(x))$ נכון-לא נכון.

ו. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\forall x(Q(x))$ נכון-לא נכון.

ז. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\exists x(Q(x))$ נכון-לא נכון.

תשובה לשאלה 3
נמשיך את הטעון:

4. $P(a), 1, EP(x/a)$.
5. $P(a) \rightarrow Q(a), 2, US(x/a)$.
6. $P(a) \wedge (P(a) \rightarrow Q(a)), 4, 5$.
7. $Q(a), 6, MP$.
8. $(P(b) \oplus Q(b)) \rightarrow R(b), 3, EP(x/b)$.

בשלב זה ההוכחה נתקעה, וננסה לבנות מודל נגדי. מודל זה יכול שני איברים לפחות. a שיקים את 1 ולא את 3, ו- b שיקים את 3 ולא את 1. לכן $P(a), Q(a)$. נציב את a ב-3 ונקבל $1 \rightarrow R(a)$, ומכיון שרוצים ש- a לא יקים את הפסוק, צריך כי יתקים $R(a)$. לכן הסקנו את תכונות a . רוצים כי b לא יקים את 1 ולכן $P(b)$, מתוך 2 לא ברור אם הוא יקים את Q או לא, ושיקים את 3. נעבר שתי אפשרויות.

אפשרות א: $P(b), Q(b)$. נובע כי 3 הופך להיות $0 \rightarrow R(b)$. ולכן יש שתי תתי אפשרויות: א-1: $P(b), Q(b), R(b)$. א-2: $P(b), Q(b), R(b)$. אפשרות ב: $P(b), Q(b)$. נובע כי 3 הופך להיות $1 \rightarrow R(b)$. ולכן $R(b)$: נקבל: $P(b), Q(b), R(b)$. קבלנו 3 אפשרויות עבור b ואפשרות אחת ל- a . סהכ 3 מודלים בני שני איברים. קל לראות כי הם מקימים את 1, 2, 3, ולא את המסקנה.

תשובות לשאלות: א לא נכון. ב לא נכון, כי אז $a=b$ מקים את 1 ו-3 ואז גם את המסקנה, ג נכון (קימים 3 מודלים בני 2 איברים כדרוש). ד לא נכון כי בכל המודלים b לא מקים את P . ה לא נכון כי במודל א 2 לא קים אבר המקים את R . המודל ב מראה כי התשובה ל-ו היא: לא נכון. ז נכון לפי פסוק 7.

שאלה 4

הבט בטעון הבא, והוכח במחברתך את אי/תקפותו.

1. $\forall x(P(x))$.
2. $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$.
3. $\forall x((P(x) \oplus Q(x)) \rightarrow R(x))$.

מסקנה $\exists x(P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x))$.

ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.

א. הטעון תקף : נכון-לא נכון.

ב. קיים מודל בן אבר אחד הסותר את הטעון. נכון-לא נכון.

ג. קיים מודל בן שני אברים הסותר את הטעון. נכון-לא נכון.

ד. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\forall x(P(x))$ נכון-לא נכון.

ה. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\exists x(R(x))$ נכון-לא נכון.

ו. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\forall x(Q(x))$ נכון-לא נכון.

ז. מתוך ההנחות 1,2,3, ומשלילת המסקנה נובע הפסוק $\exists x(Q(x))$ נכון-לא נכון.

תשובה לשאלה 4
נמשיך את הטעון:

4. $P(a) \rightarrow Q(a)$, 2, EP(x/a).
5. $P(a)$, 1, US(x/a).
6. $P(a) \wedge (P(a) \rightarrow Q(a))$, 5, 4.
7. $Q(a)$, 6, MP.
8. $(P(a) \oplus Q(a)) \rightarrow R(a)$, 3, US(x/a).
9. $(P(a) \oplus Q(a))$, 5, 7.
10. $((P(a) \oplus Q(a)) \wedge (P(a) \oplus Q(a)) \rightarrow R(a))$, 9, 8.
11. $R(a)$, 10, MP.
12. $P(a) \wedge Q(a) \wedge R(a)$, 5, 7, 11.
13. $\exists x(P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x))$, 12, EG.

תשובות לסעיפים:

א נכון, ב, ג לא נכון. כיון שהטעון תקף, הוספת השלילה של המסקנה יוצרת סתירה, ולכן מסתירה נובעת כל מסקנה, והתשובה ל: ד, ה, ו, ז היא נכון:

שאלה 5

בשאלה זו נתון המודל הבא:

U קבוצת כל המספרים הממשיים, $x : Q(x)$ הוא מספר רציונלי, $x : G(x,y)$ מספר הגדול מ- y , $x : M(x)$ הוא מספר שאם נכפל אותו ב-3 הוא יהיה שלם.

נתונה רשימת פסוקים הבאים. ליד כל פסוק יש לסמן אם הוא נכון או לא במודל.

- א. $\forall x(Q(x) \rightarrow M(x))$. נכון-לא נכון.
- ב. $\forall x(M(x) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ג. $\forall x(Q(x) \rightarrow \underline{M(x)})$. נכון-לא נכון.
- ד. $\forall x(\underline{M(x)} \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ה. $\forall x \forall y((G(x,y) \wedge M(y)) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ו. $\forall x \forall y((\underline{G(x,y)} \wedge M(y)) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ז. $\forall x \forall y(Q(x-y) \wedge M(y)) \rightarrow M(x)$. נכון-לא נכון.
- ח. $\exists x \exists y((G(x,y) \wedge M(y)) \wedge \underline{Q(x)})$. נכון-לא נכון.

תשובה לשאלה 5

- א. $x=0.75$ שייך ל- Q אך לא ל- M ומראה כי א לא נכון.
- ב. נכון כי אם $3x$ הוא שלם אז x רציונלי.
- ג. $x=1$ שייך ל- Q ול- M ומראה כי ג לא נכון.
- ד. לפי קונטרהפוזיציה ד שקול ל-א ולכן לא נכון.
- ה. $x=\prod, y=2$. מראה כי ה לא נכון.
- ו. $y=\prod, x=2$. מראה כי ו לא נכון.
- ז. $x=0.5, y=2$. מראה כי ז לא נכון.
- ח. x, y אינם רציונליים, ו x גדול מ- y מראה כי התשובה היא נכון.

שאלה 6

בשאלה זו נתון המודל הבא:

U קבוצת כל המספרים השלמים, $Q(x)$: x הוא מספר טבעי, $G(x,y)$: $x-y$ מתחלק ב-3, $M(x)$: x הוא מספר ראשוני.

נתונה רשימת פסוקים הבאים. ליד כל פסוק יש לסמן אם הוא נכון או לא במודל.

- א. $\forall x(Q(x) \rightarrow M(x))$. נכון-לא נכון.
- ב. $\forall x(M(x) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ג. $\forall x(Q(x) \rightarrow \underline{M(x)})$. נכון-לא נכון.
- ד. $\forall x(\underline{M(x)} \rightarrow \underline{Q(x)})$. נכון-לא נכון.
- ה. $\forall x \forall y((G(x,y) \wedge M(y)) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ו. $\forall x \forall y((\underline{G(x,y)} \wedge M(y)) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ז. $\forall x \forall y(Q(x-y) \wedge M(y)) \rightarrow M(x)$. נכון-לא נכון.
- ח. $\exists x \exists y((G(x,y) \wedge M(y)) \wedge \underline{Q(x)})$. נכון-לא נכון.

תשובה לשאלה 6

- ט. $x=4$ שייך ל- Q אך לא ל- M ומראה כי א לא נכון.
- י. ב נכון כי אם x הוא ראשוני אז x טבעי.
- יא. $x=3$ שייך ל- Q ול- M ומראה כי ג לא נכון.
- יב. לפי קונטרהפוזיציה ד שקול ל-א ולכן לא נכון.
- יג. $x=-1, y=2$. מראה כי ה לא נכון.
- יד. $y=2, x=-2$. מראה כי ו לא נכון.
- טו. $x=4, y=3$. מראה כי ז לא נכון.
- טז. $x=-2, y=1$ דוגמא לנכונות ח.

שאלה 7

בשאלה זו נתון המודל הבא:

U קבוצת כל הרשומים כתלמידי מכללת נתניה בשנת התשסג, $Q(x)$: x תלמיד המופיע בלפחות 80% מהשעורים אליהם הוא רשום, $G(x,y)$: x,y רשומים באותו חוג למודים, $M(x)$: x הוא בעל ממוצע ציונים הגדול מ-80%.

נתונה רשימת פסוקים הבאים. ליד כל פסוק יש לסמן אם הוא נכון או לא במודל.

- א. $\forall x(Q(x) \rightarrow M(x))$. נכון-לא נכון.
- ב. $\forall x(M(x) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ג. $\forall x(Q(x) \rightarrow \underline{M(x)})$. נכון-לא נכון.
- ד. $\forall x(\underline{M(x)} \rightarrow \underline{Q(x)})$. נכון-לא נכון.
- ה. $\forall x \forall y((G(x,y) \wedge M(y)) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ו. $\forall x \forall y((\underline{G(x,y)} \wedge M(y)) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ז. $\forall x \forall y(G(x,y) \wedge M(y)) \rightarrow M(x)$. נכון-לא נכון.
- ח. $\exists x \exists y((G(x,y) \wedge M(y)) \wedge \underline{Q(x)})$. נכון-לא נכון.

תשובה לשאלה 7

- יז. יש התאמה מסוימת בין הופעה בשעורים ובין הציונים, אבל זו אינה התאמה מוחלטת. יש תלמידים משקיעים שאינם מצליחים והתשובה ב-א היא לא.
- יח. שוב התשובה ב-ב היא לא.
- יט. לא נכון. יש מי שמשקיע ומצליח. התשובה ל-ג-לא.
- כ. ד שקול ל-א.
- כא. התשובה ל-ה לא נכון. יתכנו שנים הרשומים לאותו חוג, אחד בעל ממוצע ציונים גבוה, והשני בעל נוכחות מעטה בכתה.
- כב. התשובה ל-ו לא נכון. יתכנו שנים בחוגים שונים, זה בעל ממוצע ציונים גבוה וזה בעל נוכחות מעטה בכתה.
- כג. התשובה לא. יתכנו שנים באותו חוג, לאחד יש ציונים טובים ולשני לא.
- כד. התשובה כן.

שאלה 8

בשאלה זו נתון המודל הבא:

U קבוצת כל הרשומים כתלמידים לתואר ראשון בשנת התשסג באיזשהו מוסד בארץ, $Q(x)$: x לומד במכללת נתניה, $G(x,y)$: x רשום ללמודים יותר שנים מ- y , $M(x)$: x מתגורר דרומה מתל אביב.

נתונה רשימת פסוקים הבאים. ליד כל פסוק יש לסמן אם הוא נכון או לא במודל.

- א. $\forall x(Q(x) \rightarrow M(x))$. נכון-לא נכון.
- ב. $\forall x(M(x) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ג. $\forall x(Q(x) \rightarrow \underline{M(x)})$. נכון-לא נכון.
- ד. $\forall x(\underline{M(x)} \rightarrow \underline{Q(x)})$. נכון-לא נכון.
- ה. $\forall x \forall y((G(x,y) \wedge M(y)) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ו. $\forall x \forall y((\underline{G(x,y)} \wedge M(y)) \rightarrow Q(x))$. נכון-לא נכון.
- ז. $\forall x \forall y(G(x,y) \wedge M(y)) \rightarrow M(x)$. נכון-לא נכון.
- ח. $\exists x \exists y((G(x,y) \wedge M(y)) \wedge \underline{Q(x)})$. נכון-לא נכון.

תשובה לשאלה 8

- כה. התשובה לא. יש תלמידים במכללה הגרים מצפון לת"א.
- כו. יש מי שגר דרומה מת"א ולא לומד במכללה. התשובה-לא.
- כז. התשובה לא. יש תלמידי מכללה הגרים דרומה מת"א.
- כח. ד שקול ל-א והתשובה לא.
- כט. ה-התשובה לא.
- ל. ו-התשובה לא.
- לא. ז. התשובה לא.
- לב. ברור שיתכן כזה זוג.

שאלה 9

נתונה רשימת הפסוקים הבאה. רשום במחברתך את כל הטענות הנובעות ממנה.

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$.
2. $q \rightarrow (r \wedge s)$.
3. $r \rightarrow (s \wedge t)$.
4. $t \rightarrow (p \wedge s)$.

סמן בשאלון, על ידי הקפת עגול, האם הפסוקים הבאים נובעים או לא מההנחות.

- א. p נובע-לא נובע.
- ב. q נובע-לא נובע.
- ג. r נובע-לא נובע.
- ד. s נובע-לא נובע.
- ה. t נובע-לא נובע.
- ו. $p \vee q$ נובע-לא נובע.
- ז. $q \vee r$ נובע-לא נובע.
- ח. $r \vee s$ נובע-לא נובע.
- ט. $s \vee t$ נובע-לא נובע.
- י. $t \vee p$ נובע-לא נובע.

תשובה ל-9

מ-2 נובעים $q \rightarrow r$ וגם $q \rightarrow s$. מ-3 נובעים $r \rightarrow t$ וגם $r \rightarrow s$. מ-4 נובעים $t \rightarrow p$ וגם

$t \rightarrow s$. אם נסכם את 2,3,4 נקבל $q \rightarrow r \rightarrow t \rightarrow p$ ו- $q \rightarrow r \rightarrow t \rightarrow s$. מתוך 32

השורות בטבלת האמת רק הבאות תקימנה את 2,3,4

1. $q=1, r=1, t=1, s=1, p=1$. מקרה זה גם יקים את דרישה 1.
1. $q=0, r=1, t=1, s=1, p=1$. מקרה זה גם יקים את דרישה 1.
1. $q=0, r=0, t=1, s=1, p=1$. מקרה זה גם יקים את דרישה 1.
1. $q=0, r=0, t=0, s=0, p=1$. מקרה זה גם יקים את דרישה 1.
1. $q=0, r=0, t=0, s=0, p=0$. מקרה זה גם יקים את דרישה 1.
1. $q=0, r=0, t=0, s=1, p=0$. מקרה זה גם יקים את דרישה 1.

כיון שיש שני ערכים שונים של p בפתרון, p איננו נובע. כנ"ל ל q, r, s, t .

$p \rightarrow q$ לא נובע, $q \rightarrow r$ נובע, $r \rightarrow s$ נובע, $s \rightarrow t$ לא נובע, $t \rightarrow p$ נובע.

שאלה 10

נתונה רשימת הפסוקים הבאה. רשום במחברתך את כל הטענות הנובעות ממנה.

1. $p \rightarrow (q \wedge r)$.
2. $q \rightarrow (r \wedge s)$.
3. $(s \wedge t) \rightarrow p$.
4. $t \rightarrow (p \wedge q)$.

סמן בשאלון, על ידי הקפת עגול, האם הפסוקים הבאים נובעים או לא מההנחות.

- א. p נובע-לא נובע.
- ב. q נובע-לא נובע.
- ג. r נובע-לא נובע.
- ד. s נובע-לא נובע.
- ה. t נובע-לא נובע.
- ו. $p \vee q$ נובע-לא נובע.
- ז. $q \vee r$ נובע-לא נובע.
- ח. $r \vee s$ נובע-לא נובע.
- ט. $s \vee t$ נובע-לא נובע.
- י. $t \vee p$ נובע-לא נובע.

תשובה ל-10

השאלה דומה ל-9 בשנוי סדר. נקבל:

נקבל $t \rightarrow p \rightarrow q \rightarrow r$ ו- $t \rightarrow p \rightarrow q \rightarrow s$. כל הסעיפים א-ה לא נובעים, ורק סעיפים ו, ז ו-י נובעים.